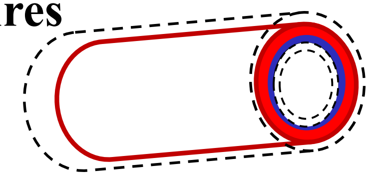
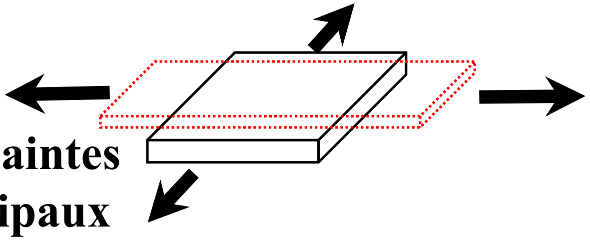
Résistance des matériaux





pierre-etienne.bourban@epfl.ch

Traction et compression

1) simples

2) engendrées par des causes indirectes

• *Solides prismatiques*

• *Hypothèse de Bernoulli:* Une section plane reste plane après déformation

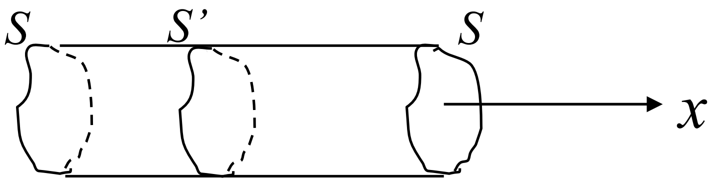
• *Principe de St-Venant*: En traction la contrainte est constante sur la section uniquement si la force est uniformément appliquée ou si la section est suffisamment éloignée du point d'application de la force

• Les tests principaux sur les matériaux pour les mesures des contraintes, déformations et modules

pierre-etienne.bourban@epfl.ch

Traction et compression simples

- H : Solides prismatiques ≡ la section normale S est invariable selon x
- H : *S' après déformation est déduite par simple translation de S (Bernoulli ok)*

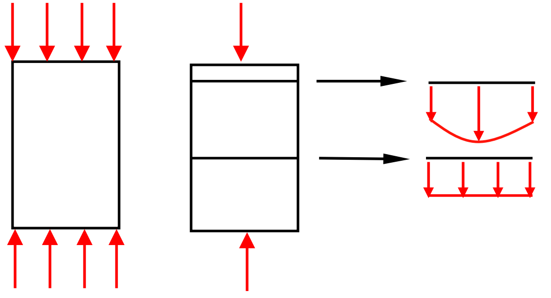


$\Rightarrow$ *Distribution uniforme de* σ

$$\Rightarrow N = \sigma \iint_s dS = \sigma \cdot S \rightarrow \sigma = \frac{N}{S}$$

$\Rightarrow$ *Pas de déplacement de S selon y ou z*

$\Rightarrow \tau_y$ *et* $\tau_z = 0$



- En realité σ est uniforme que sur les sections assez loin du point d'application de la force ou que si la force est distribuée uniformément *(St Venant ok)*

Tests sur les matériaux

Contraintes

$$\sigma = \frac{F}{S_0}$$

$$\sigma_{réelle} = \frac{F}{S_{réelle}}$$

$$\sigma_{0,02} = \sigma \quad \text{à} \quad \varepsilon = 0{,}02\%$$

$$\sigma_{0,2} = \sigma \quad \text{à} \quad \varepsilon = 0{,}2\% \text{ si seuil}$$

d'écoulement pas marqué

Modules

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

$$E_{Am} = \frac{\sigma_A}{\varepsilon_A}$$

$$E_{At} = \left.\frac{d\sigma}{d\varepsilon}\right|_A$$

$$E_{AB} = \frac{\sigma_B - \sigma_A}{\varepsilon_B - \varepsilon_A}$$

Déformations

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L_0}$$

$$\varepsilon_t = -\nu \varepsilon_l = -\nu \frac{\sigma}{E}$$

Coefficient de Poisson

0,2 fonte

0,3 acier

0,5 caoutchouc

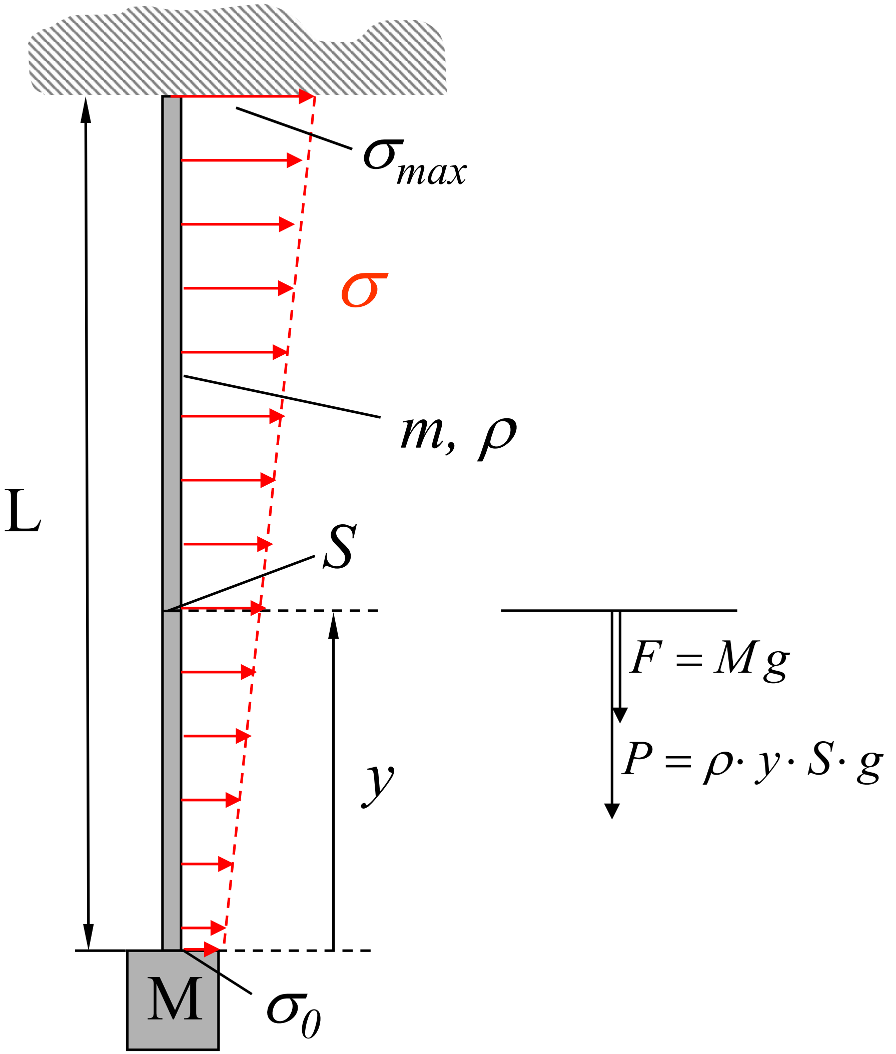
$\nu \leq 0{,}5$ *car le volume ne diminue pas*

si anisotropie

$$\nu_t \neq \nu_l$$

pierre-etienne.bourban@epfl.ch

Tensions dues au poids propre



$$\sigma_y = \frac{Mg + \rho y S g}{S}$$

$$\sigma_y = \underbrace{\frac{Mg}{S}}_{\sigma_0} + \rho g y = \sigma_0 + \rho g y$$

$$\sigma_{\max} = \frac{Mg}{S} + \rho g L$$

$$S \ pour \ \ \sigma_{\max} \approx \sigma_{admissibledumatériau} = \sigma_{rupture}$$

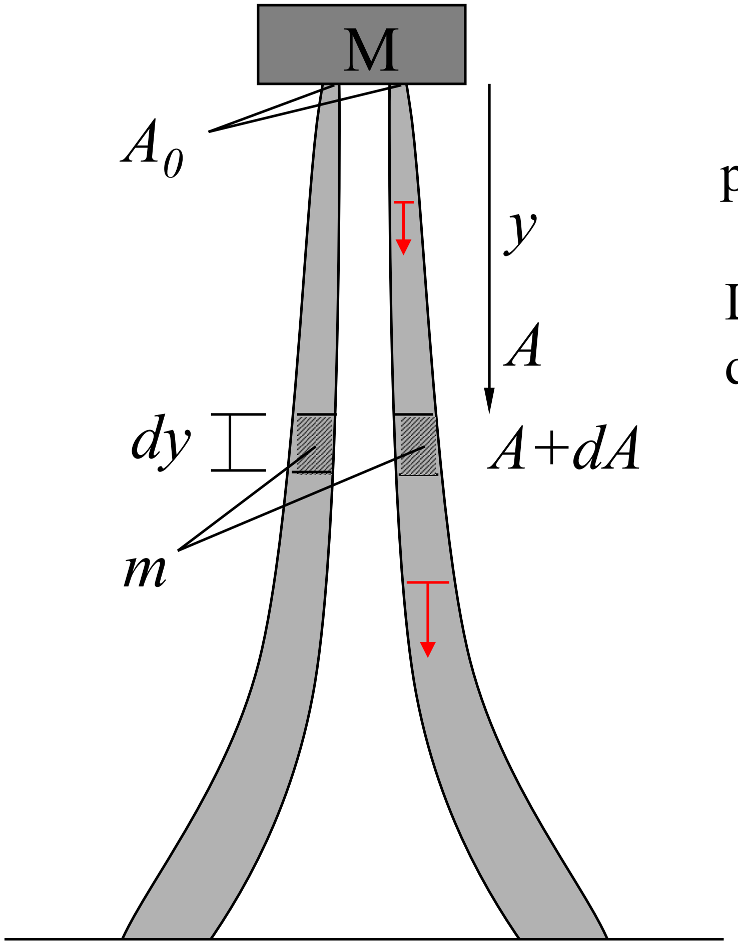
$$S = \frac{Mg}{\sigma_{admi} - \rho g L}$$

Si accélération en plus (ascenseur)

$$a_{Total} = g + a_{accélération}$$

pierre-etienne.bourban@epfl.ch

Solides d'égale résistance



$$\overset{?}{A = f(y)}$$

pour obtenir une σ constante pour tout point de la tour

L'augmentation *dA* doit équilibrer le suplément de charge dû à l'élément *m* de hauteur *dy*

$$\sigma \cdot dA = \rho g\, A dy$$

$$\frac{dA}{A} = \frac{\rho g}{\sigma} dy \xrightarrow{\text{Intégration}} A = C \cdot e^{\frac{\rho g}{\sigma} y}$$

$$en\ y = 0 \text{ on a } A = A_0 = Cste = \frac{Mg}{\sigma}$$

$$\boxed{A = \frac{Mg}{\sigma} e^{\frac{\rho g}{\sigma} y}}$$

pierre-etienne.bourban@epfl.ch

Traction et compression

engendrées par des causes indirectes

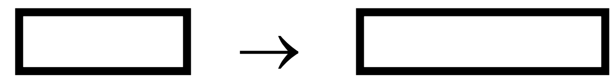
1. Tensions dues à une variation de température

2. Tensions dues à une force centrifuge

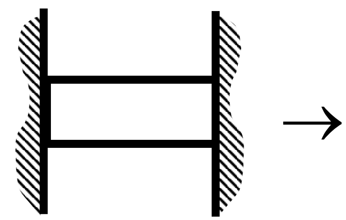
3. Effets d'une pression interne
   - Récipients à parois minces
   - Récipients fermés à parois minces

Dilatation thermique

- *Effet thermique* $\Delta L = L.\alpha.\Delta T$

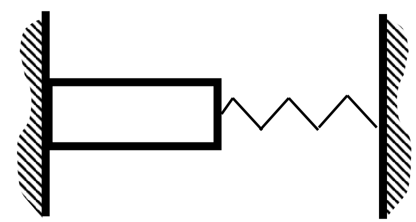


- *Dilatation bloquée*

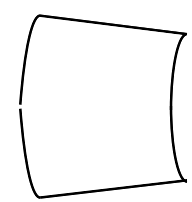


$\sigma_{thermiques}$

- *Dilatation gênée*



T_1 $\boxed{>}$ T_2 →



$\alpha_{acier} = 12,1 \ 10^{-6} /°C$

$\alpha_{Al} = 23,7 \ 10^{-6} /°C$

matweb.com

EPFL pierre-etienne.bourban@epfl.ch

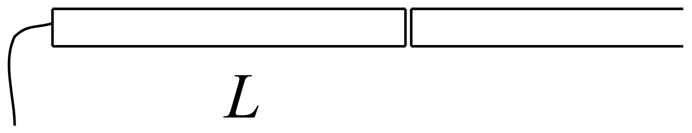
Exo: Rails soudés

Calculer la force nécessaire pour compenser celle induite par la dilatation thermique de rails.

$\alpha_{acier} = 12{,}1 \times 10^{-6} /°C$

$\Delta T = 50\ °C$

$E = 210\ GPa$



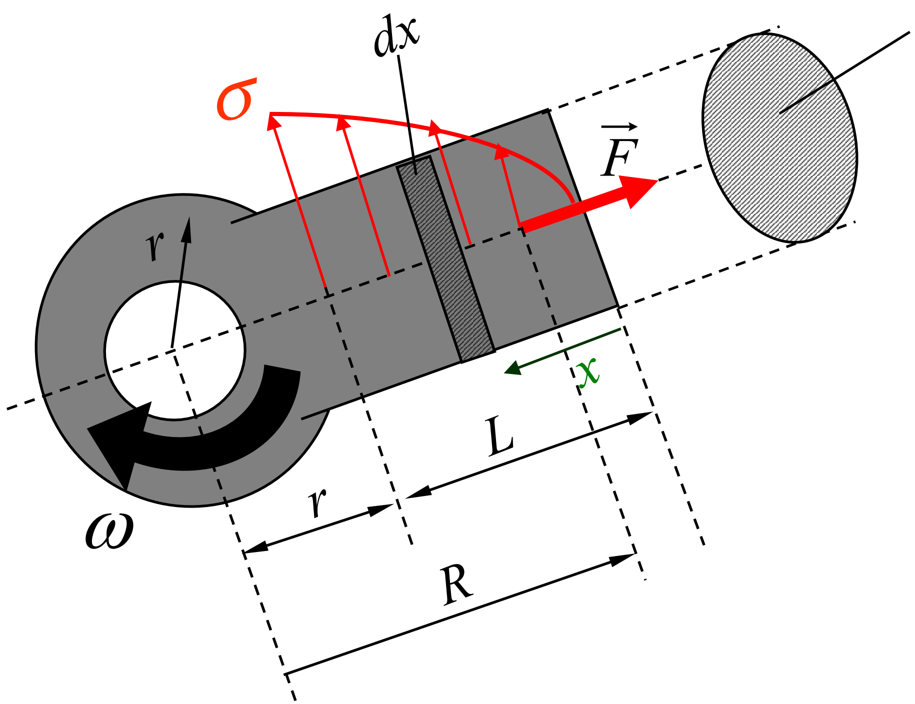
$S = 75 cm^2$

$$\left.\begin{array}{l} \Delta T \Rightarrow \Delta L = L \cdot \alpha \cdot \Delta T \\ F \Rightarrow \Delta L = \dfrac{\sigma}{E} \cdot L \end{array}\right\} L \cdot \alpha \cdot \Delta T = \frac{\sigma}{E} \cdot L \Rightarrow \sigma = \alpha \cdot \Delta T \cdot E = 127 MPa = \frac{F}{S}$$

$$F = \sigma \cdot S = 952 N$$

La force est élevée, les traverses empêchent le flambage des rails et maintiennent leur alignement

Tensions dues à une force centrifuge



A est constante sur L (H)

a) Calcul de la contrainte

$$R = r + L - \frac{x}{2}$$

$$m = \rho \cdot A \cdot x$$

$$\text{Force Centrifuge } \vec{F} = m \cdot \omega^2 R$$

$$F = \rho \cdot A \cdot \omega^2 \left(r + L - \frac{x}{2} \right) \cdot x$$

$$\boxed{\sigma_x = \frac{F}{A} = \rho \cdot \omega^2 \left(r + L - \frac{x}{2} \right) \cdot x}$$

$$\sigma_{\max} \text{ pour } x = L, \quad \sigma_L = \rho L \omega^2 \left(r + \frac{L}{2} \right)$$

b) *Calcul de l'allongement*

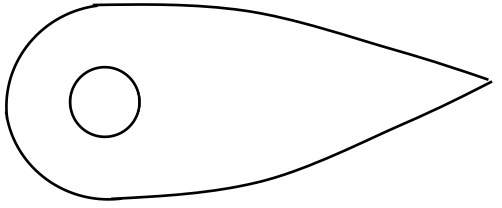
L'allongement de *dx* sera

$$d\lambda = \frac{\sigma_x}{E} \cdot dx$$

en substituant σ_x et en intégrant de $x=0$ à $x=L$

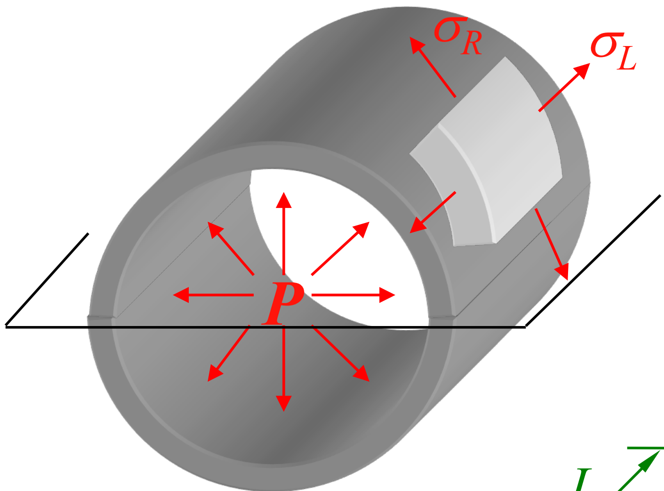
$$\boxed{\lambda = \frac{\rho(\omega L)^2}{E}\left(\frac{r}{2} + \frac{L}{3}\right)}$$

On peut également concevoir la pièce avec une section d'égale résistance à la force centrifuge



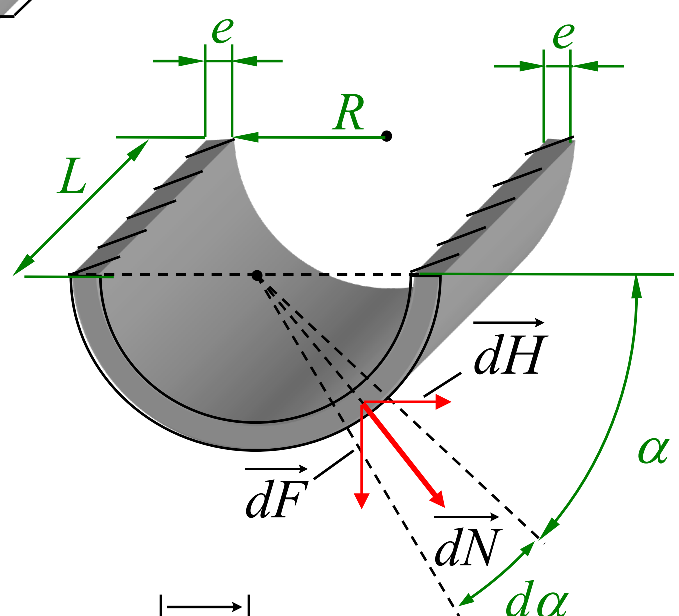
Effets d'une pression interne

• *récipients à parois minces*

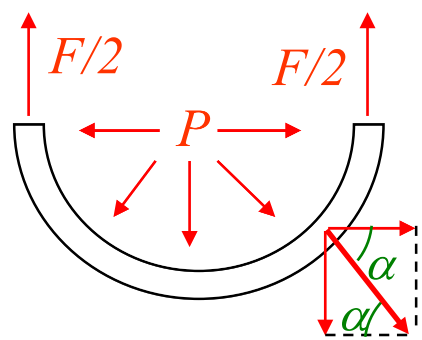


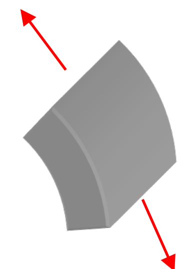
H • *Le parois sont fines ; e petit << L , R*

• *σ sont constantes sur e*



$$\left|\overrightarrow{dN}\right| = P$$





$$\sigma_R = \frac{P \cdot R}{e}$$

$\sigma_{radiale}$

$\sigma_{circonférentielle}$

EPFL pierre-etienne.bourban@epfl.ch

$$\Rightarrow \Sigma F_x = 0 \quad \overrightarrow{dH} \quad \text{s'anulent deux à deux}$$

$$\Rightarrow \Sigma F_y = 0 \quad \overrightarrow{dF} = \overrightarrow{dN} \cdot \sin\alpha = \underbrace{p}_{pression} \cdot \sin\alpha \cdot \underbrace{Rd\alpha \cdot L}_{surface}$$

pression . surface = force

$$F = pRL\int_0^{\pi} \sin\alpha d\alpha = pRL\left[-\cos\alpha\right]_0^{\pi}$$

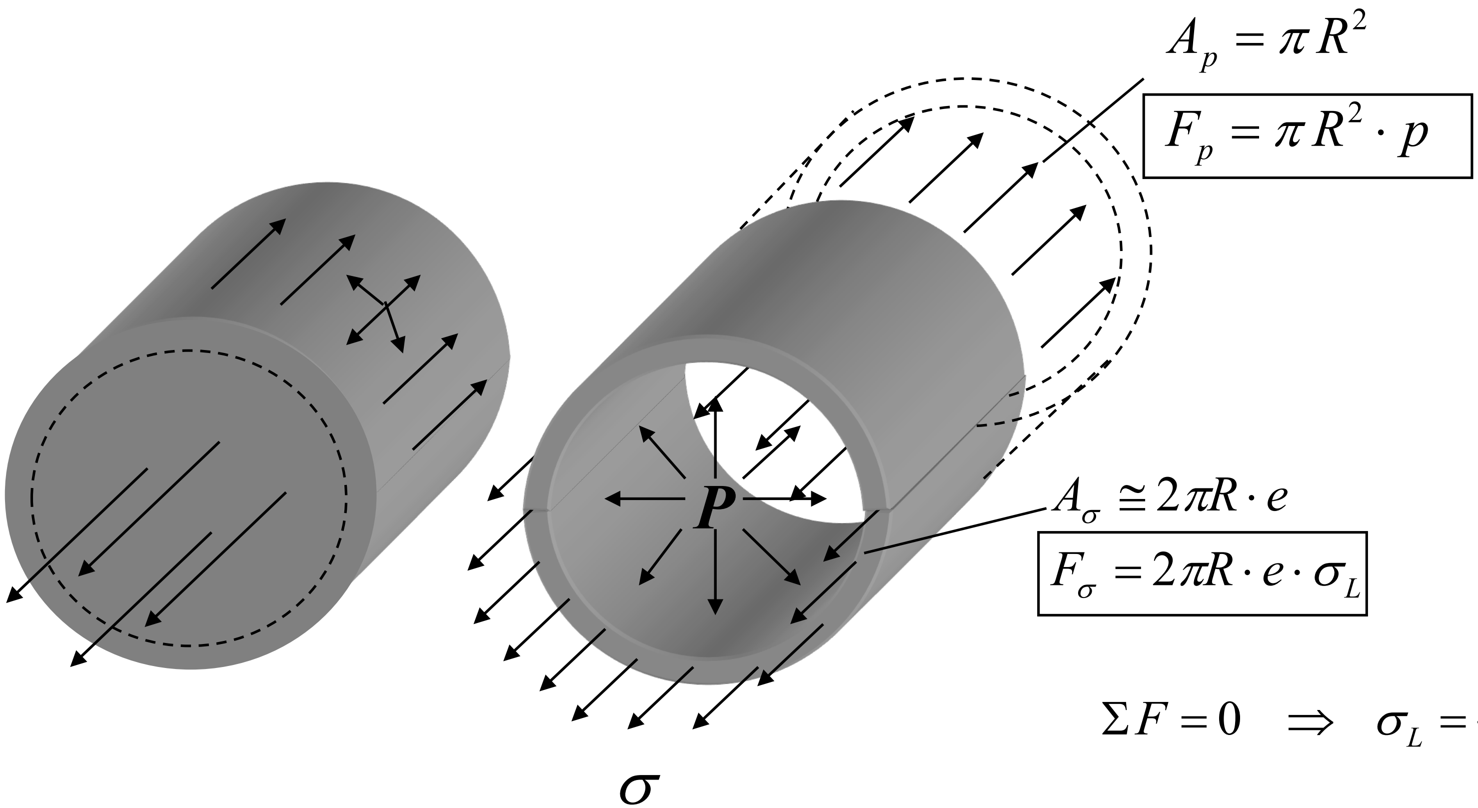
$$F = 2pRL$$

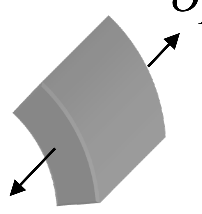
$$\sigma_R = \frac{F}{Section} = \frac{2pRL}{2eL} = \frac{pR}{e} = \frac{pD}{2e}$$

pierre-etienne.bourban@epfl.ch

Effets d'une pression interne

•*récipients fermés à parois minces*





$$\Sigma F = 0 \quad \Rightarrow \quad \sigma_L = \frac{\pi R^2 p}{2\pi R e} = \frac{pR}{2e} = \frac{1}{2}\sigma_R$$

$$\sigma_L = \frac{1}{2}\sigma_R$$

pierre-etienne.bourban@epfl.ch

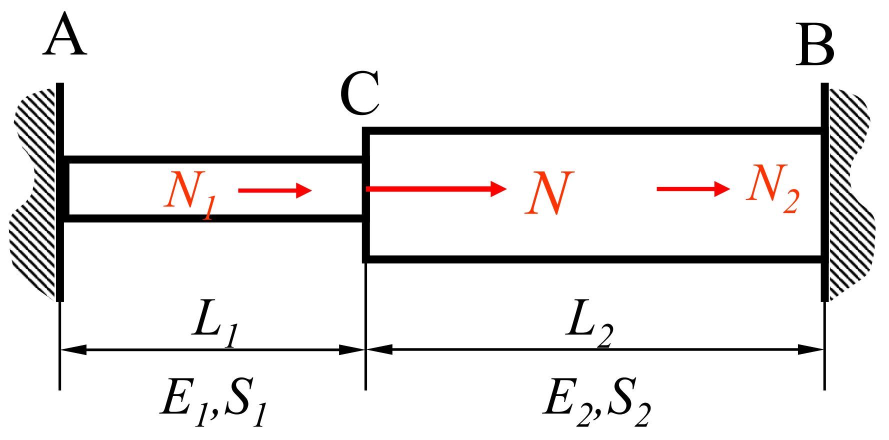
Systèmes hyperstatiques

• ***systèmes isostatiques*** *: lorsque les composantes inconnues des éléments de réduction des torseurs d'actions mécaniques qui lui sont appliquées peuvent être déterminées à partir des seules équations d'équilibre*

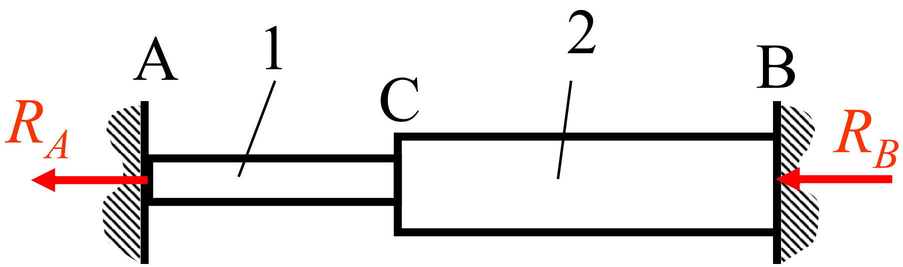
• ***systèmes hyperstatiques*** *: ses liaisons avec l'extérieur sont plus nombreuses que les liaisons strictement nécessaires pour assurer l'équilibre statique; l'examen des conditions de déformation est nécessaire pour calculer les réactions dues aux liaisons surabondantes*

Systèmes hyperstatiques simples I

Une force N est appliquée en C , calculer N_1 et N_2 dans les deux barres, les réactions en A et B et le déplacement δ_C du point C



Systèmes hyperstatiques simples I



• Equilibre statique: $N = N_1 + N_2$ 1

(Il est évident que: $R_A = N_1$ et $R_B = N_2$)

• 2 inconnues N_1, N_2

• 1 équation (statique)

$\Rightarrow$ <u>Système hyperstatique d'ordre 1</u>

$\Downarrow$

2ème équation $\Rightarrow$ Condition de déformation

• $\delta_C = \underbrace{\dfrac{N_1 L_1}{E_1 S_1}}_{\textit{Allongement de AC}} = \underbrace{\dfrac{N_2 L_2}{E_2 S_2}}_{\textit{Raccourcissement de CB}}$ 2

• $N = N_1 + N_2$

$$\boxed{N_1 = N \frac{L_2}{\alpha L_1 + L_2} = R_A}$$

$$\boxed{N_2 = N \frac{\alpha L_1}{\alpha L_1 + L_2} = R_B}$$

$$\delta_C = N \frac{L_1 L_2}{(\alpha L_1 + L_2) E_1 S_1}$$

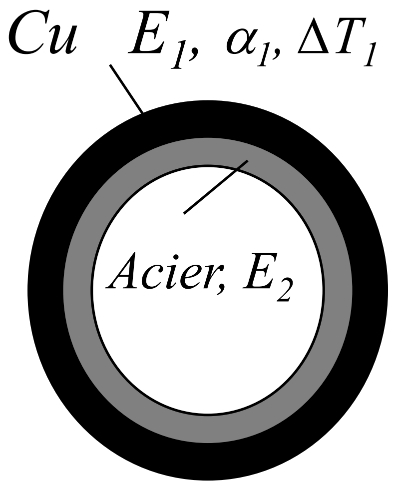
$$\alpha = \frac{E_2 S_2}{E_1 S_1}$$

Exo: Sertissage à chaud

ΔT pour appliquer une pression de serrage

Un tube en Cuivre est serti à chaud sur un tube en acier. Le Cu est à ΔT plus chaud que l'acier. Calculer:

- Les σ dans le Cu et l'acier
- La pression entre les 2 tubes
- Le raccourcissement du rayon commun après refroidissement du Cu



$E_1=1{,}17$ Mbar $\alpha_1=16{,}6\times10^{-6}/°C$ $\Delta T=100°C$

$E_2=2{,}1$ Mbar $R=10$ cm $e_1=0{,}5cm$ $e_2=1cm$

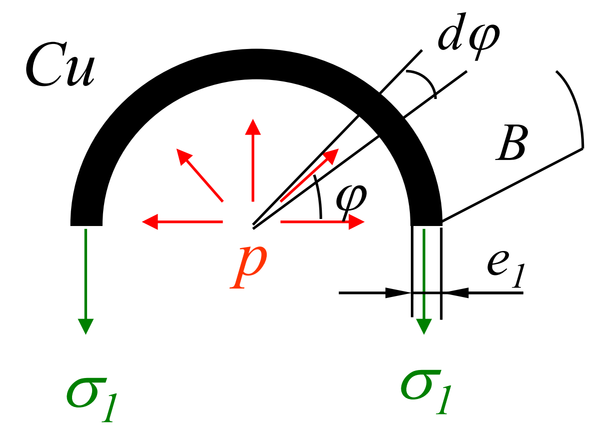
$\sigma_1=3040$ bar $= 304MPa$

$\sigma_2=1520$ bar

$p = 152$ bar

$\varepsilon = 0{,}72\%$

pierre-etienne.bourban@epfl.ch



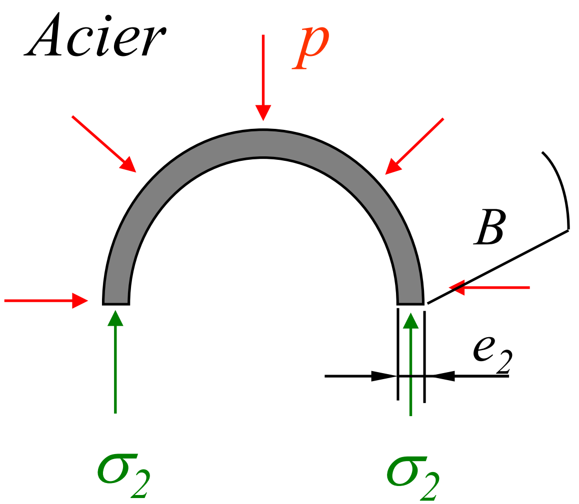
H Anneaux minces $\Rightarrow$ rayons $\approx$ R

$\Rightarrow$ σ est constante sur leur épaisseur

ΔT et pression de serrage provoque σ_1 en traction dans le Cu

$$Equilibre\,1: \quad 2\cdot\sigma_1\cdot B\cdot e_1 = 2\int_0^{\pi/2}\sin\varphi\, p\, dS = 2\,p\,R\,B\int_0^{\pi/2}\sin\varphi\, d\varphi = 2\,p\,R\,B \qquad 1$$

$$Equilibre\,2: \quad 2\cdot\sigma_2\cdot B\cdot e_2 = 2\,p\,R\,B \qquad 2$$



- 3 inconnues σ_1, σ_2 ,p
- 2 équations

$\Rightarrow$ <u>Système hyperstatique d'ordre 1</u>

3ème équation: Condition de déformation:

Le raccourcissement de l'anneau de Cu est égal à celui de l'acier

$$3 \qquad 2\pi\Delta R = \underbrace{2\pi R\alpha_1\Delta T - 2\pi R\frac{\sigma_1}{E_1}}_{Cu} = \underbrace{2\pi R\frac{\sigma_2}{E_2}}_{Acier}$$

1 $$\sigma_1 = \frac{pR}{e_1}$$

2 $$\sigma_2 = \frac{pR}{e_2}$$

3 $$\alpha_1 \Delta T - \frac{\sigma_1}{E_1} = \frac{\sigma_2}{E_2}$$

Résolution avec $\lambda = \dfrac{e_2 E_2}{e_1 E_1}$

$$\boxed{\sigma_1 = \frac{\lambda}{1+\lambda} \Delta T \alpha_1 E_1}$$

$$\boxed{\sigma_2 = \frac{1}{1+\lambda} \Delta T \alpha_1 E_2}$$

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$$

$$\boxed{p = \sigma_1 \frac{e_1}{R} = \sigma_2 \frac{e_2}{R}}$$

$$\boxed{\varepsilon = \frac{\Delta R}{R} = \frac{1}{1+\lambda} \Delta T \alpha_1}$$

! <u>Remarque:</u>

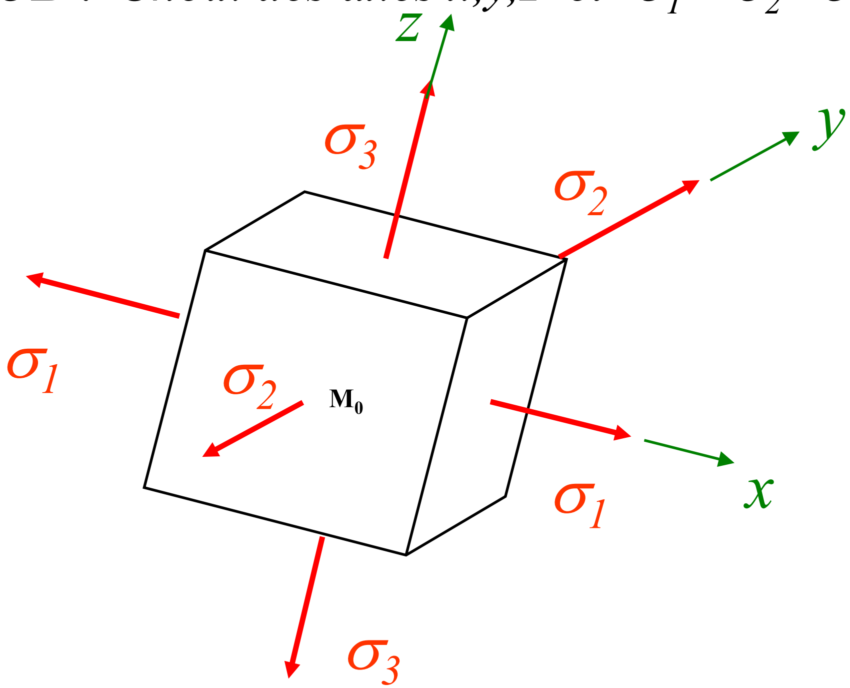
- Risque de flambage de l'anneau comprimé
- Si l'anneau d'acier n'existait pas $e_2=0 \Rightarrow \lambda=0$

le raccourcissement relatif du rayon serait ε' =3,3% ; ε/ε' =0,22

pierre-etienne.bourban@epfl.ch

Etats de contraintes

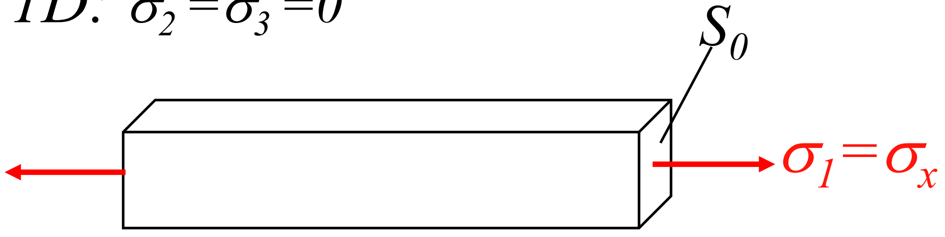
3D: Choix des axes x,y,z et $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$



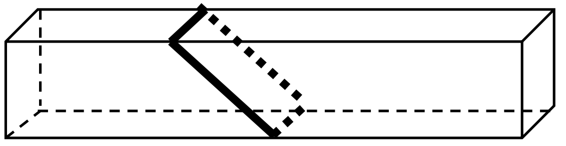
- $\exists$ faisceau de $\vec{\sigma}$ autour de M_0
- $\exists$ toujours au moins 3 plans (principaux) normaux sur lesquels les $\vec{\tau} = 0$ et $\vec{\sigma}$ sont extrêmes

« L'étude des contraintes consiste à déterminer l'effet des efforts en M_o *sur une facette de direction quelconque »*

1D: $\sigma_2 = \sigma_3 = 0$

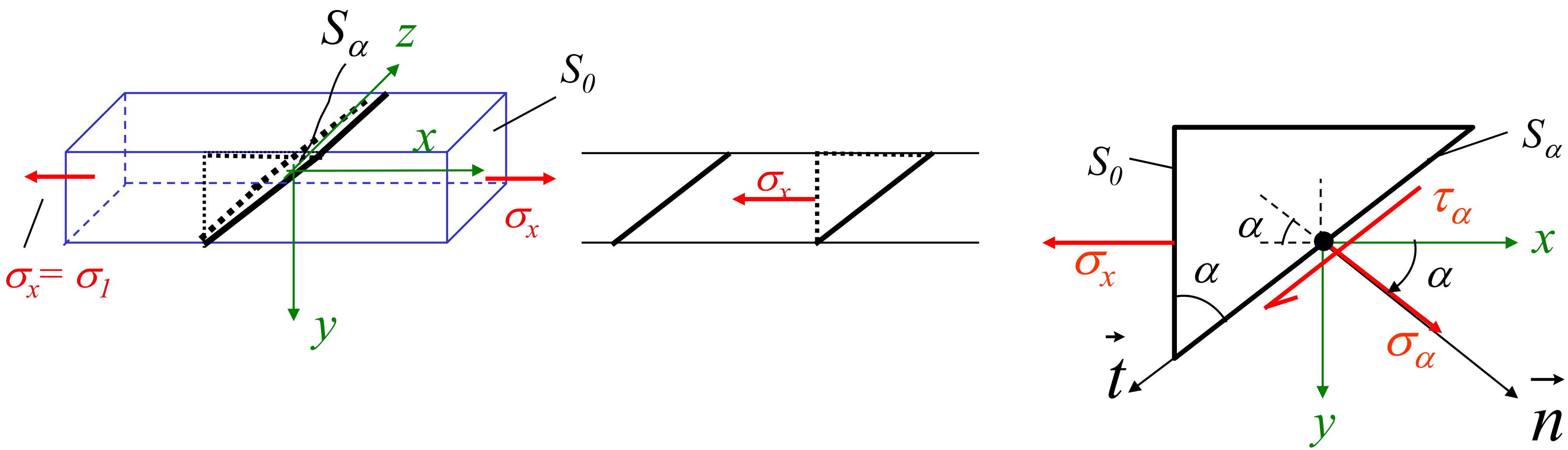


Exp: Quelles sont les contraintes sur une soudure inclinée ?



pierre-etienne.bourban@epfl.ch

Etats de contraintes



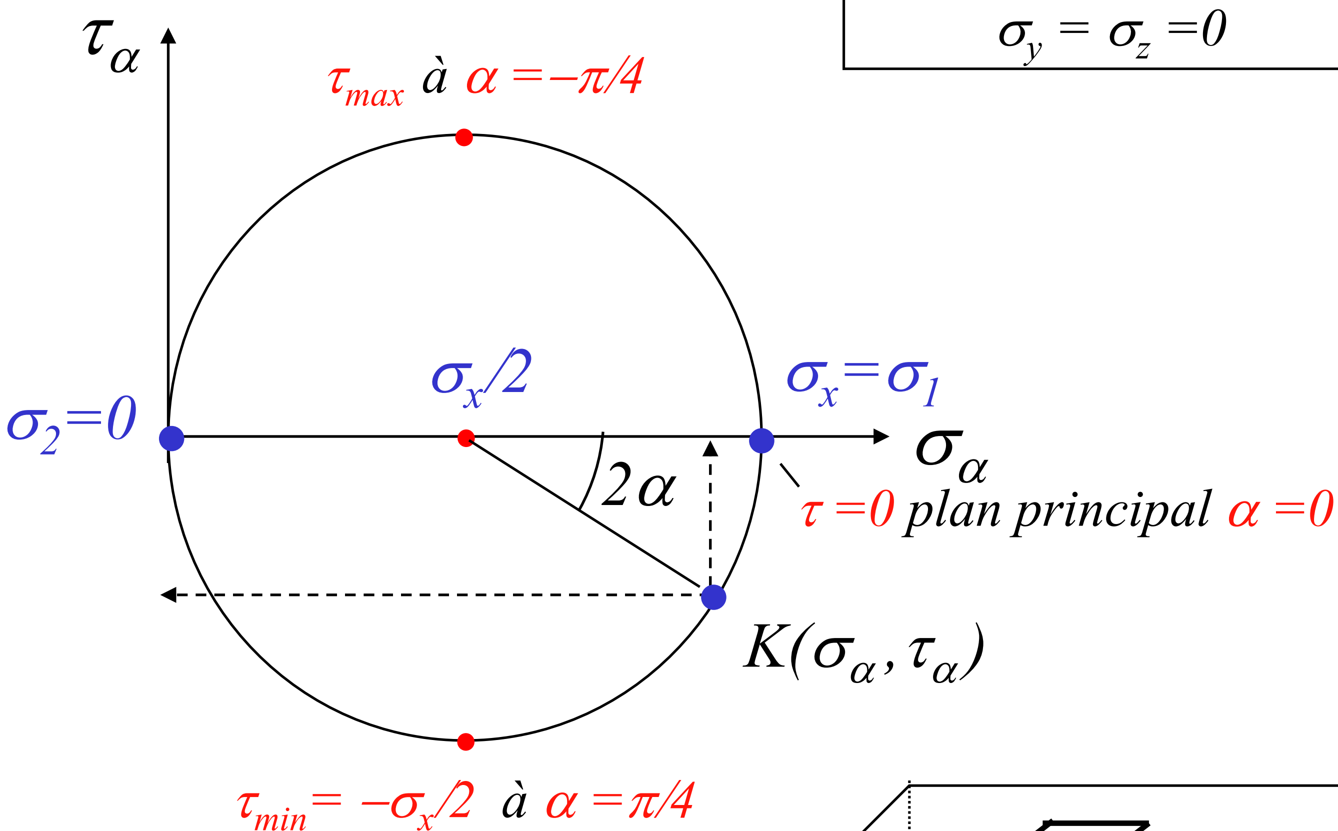
$$\begin{cases} \Sigma F_n = 0 \Rightarrow & \sigma_\alpha S_\alpha - \sigma_x \cos\alpha \cdot S_0 = 0 \\ \Sigma F_t = 0 \Rightarrow & \tau_\alpha S_\alpha + \sigma_x \sin\alpha \cdot S_0 = 0 \end{cases} \Rightarrow \quad avec \quad S_0 = S_\alpha \cos\alpha \quad \Rightarrow \begin{cases} \sigma_\alpha = \sigma_x \cos^2\alpha \\ \tau_\alpha = -\sigma_x \sin\alpha\cos\alpha \end{cases}$$

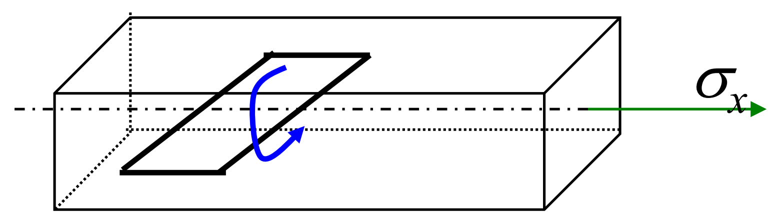
$$avec \quad 2\alpha \quad on \quad a \quad \begin{cases} \sigma_\alpha = \dfrac{\sigma_x}{2}(1+\cos 2\alpha) \\ \tau_\alpha = -\dfrac{\sigma_x}{2}\sin 2\alpha \end{cases} \Rightarrow \text{ Equation paramétrique d'un cercle en } \frac{\sigma_x}{2} \text{ et rayon } \frac{\sigma_x}{2}$$

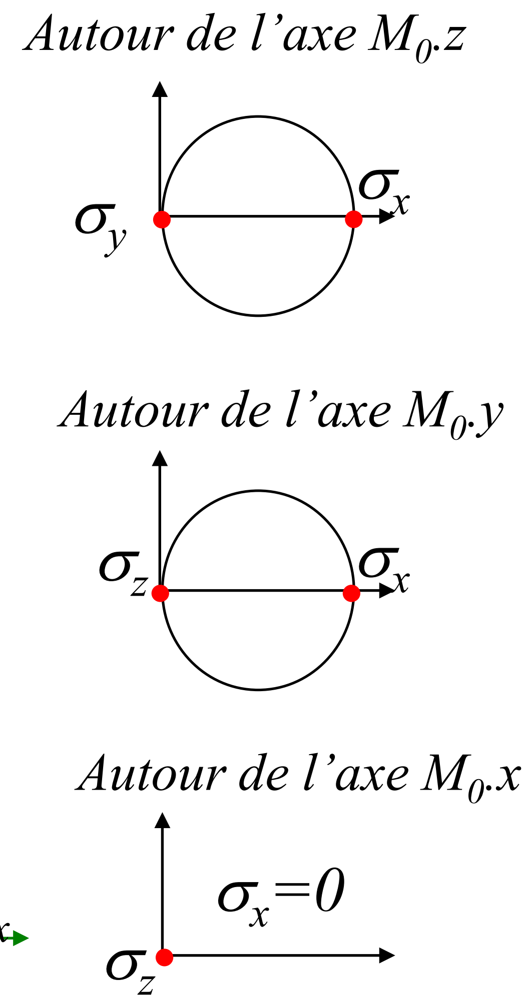
Cercle de Mohr

Monodimensionnel

$\sigma_y = \sigma_z = 0$



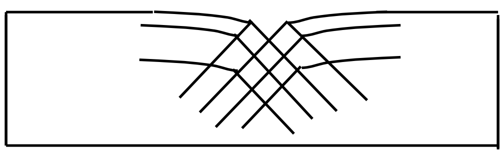




pierre-etienne.bourban@epfl.ch

$$\tau_{\max} = \frac{\sigma_x}{2}$$

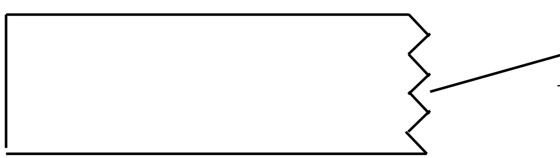
$\tau_{\min}$



Lignes de Lueder

Les τ induisent des écoulements plastiques dans les matériaux ductiles même si $\tau = \sigma/2$

Faciès de rupture

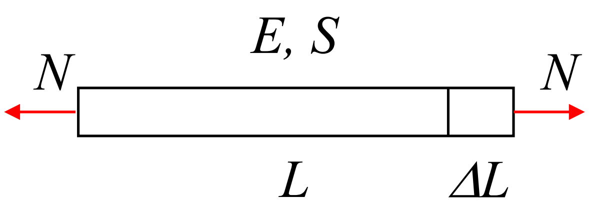


Plans à $\underline{+}$ 45

Energie de déformation

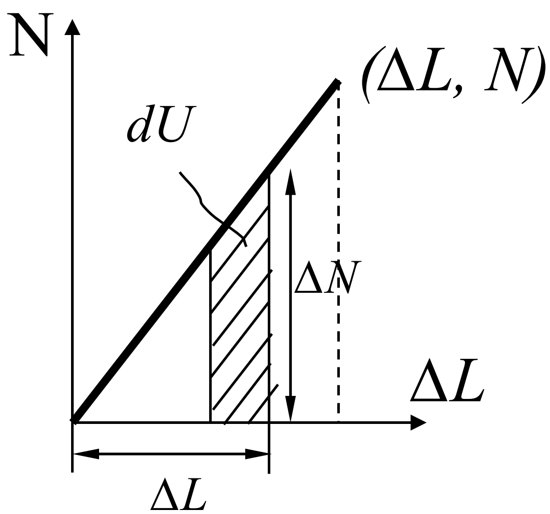
Energie accumulée par le solide sous traction/ compression ∝ Travail de la force extérieure N

H : Elasticité



$\Rightarrow$ *Energie rendue si* $N_{ext} = N_{initiale}$

si vitesse lente et donc effets dynamiques internes sont négligeables



$$\left.\begin{array}{l} U = \int_0^{\Delta L} dU = \int_0^{\Delta L} N \cdot d(\Delta L) \\ Hooke \quad N = S \cdot E \cdot \dfrac{\Delta L}{L} \end{array}\right\} U = \frac{E \cdot S}{L} \int_0^{\Delta L} \Delta L \cdot d(\Delta L) = \frac{E \cdot S}{2L} \Delta L^2 \Rightarrow \boxed{U = \frac{1}{2} N \cdot \Delta L}$$

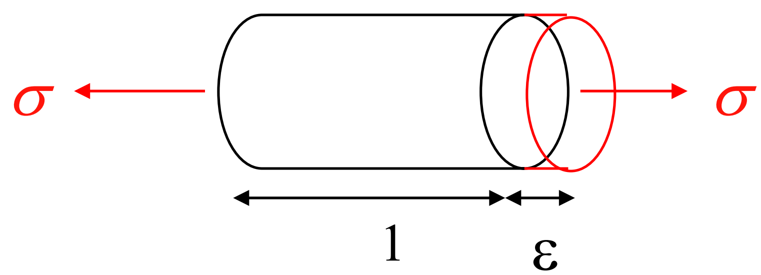
Rem: Si N ou la section S varie le long de la poutre

$$dU = \frac{N^2}{2ES} dx$$

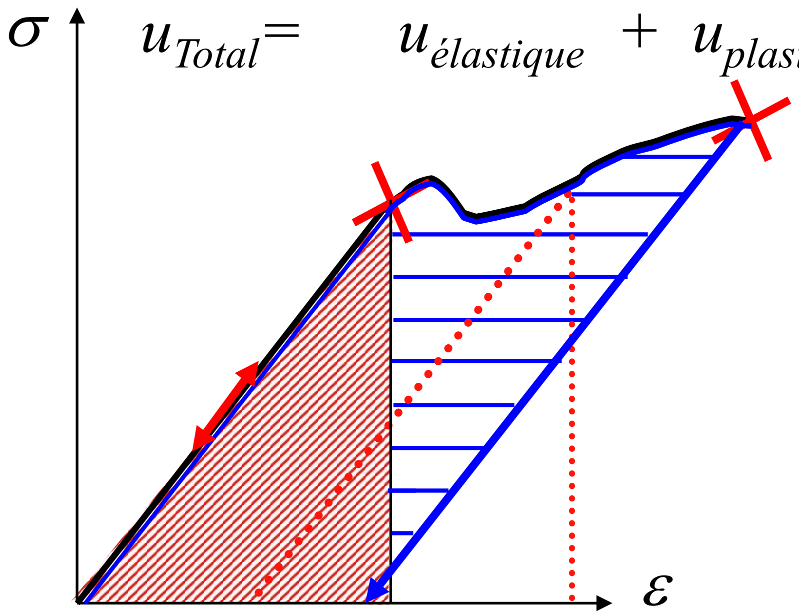
Densité d'énergie

u =énergie par unité de volume

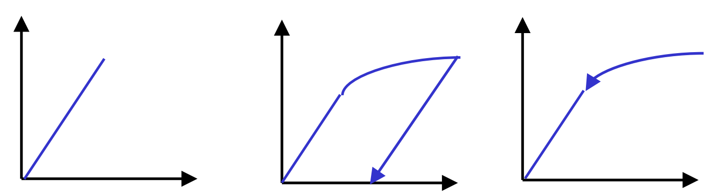
[J/m³]



$$u_{Total} = u_{élastique} + u_{plastique}$$

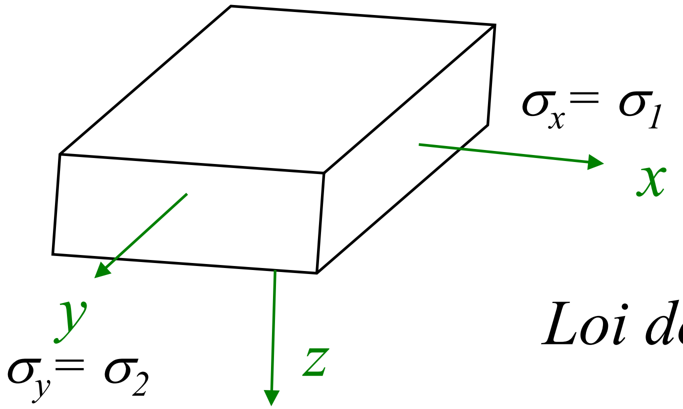


$$u = \frac{1}{2}\sigma\varepsilon = \frac{1}{2}\varepsilon^2 E = \frac{1}{2}\frac{\sigma^2}{E}$$



pierre-etienne.bourban@epfl.ch

Etat de contraintes bidimensionnelles



Bidimensionnel ≡

Contraintes planes $\sigma_z = \sigma_3 = 0$

Loi de proportionnalité → principe de superposition

- *Chaque contrainte entraîne la même déformation que si elle était seule et la déformation résultante est la somme des déformations partielles*

$$\left.\begin{aligned}\varepsilon_x &= \frac{\sigma_x}{E} - \nu\frac{\sigma_y}{E}\\ \varepsilon_y &= \frac{\sigma_y}{E} - \nu\frac{\sigma_x}{E}\end{aligned}\right\} \quad [1]$$

$$\varepsilon_z = -\nu\frac{\sigma_x}{E} - \nu\frac{\sigma_y}{E}$$

Etat de contraintes bidimensionnelles

- *Principe de superposition n'est pas applicable pour les énergies*

$$u = \frac{1}{2}\sigma_x\varepsilon_x + \frac{1}{2}\sigma_y\varepsilon_y$$

[1]

$$u = \frac{1}{E}\left(\frac{{\sigma_x}^2}{2} + \frac{{\sigma_y}^2}{2} - \nu\sigma_x\sigma_y\right)$$

- *Variation relative du volume*

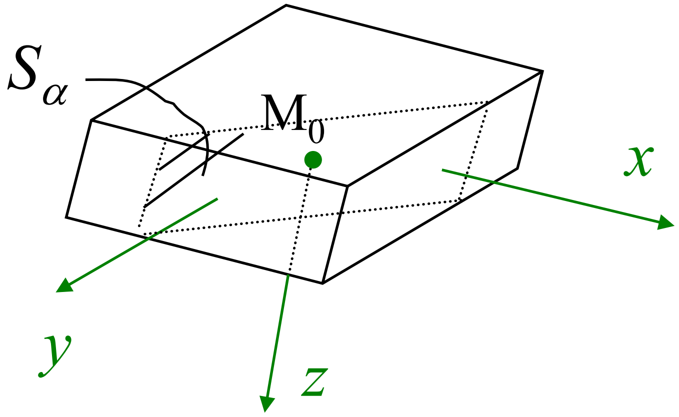
$$\mathrm{v} = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$$

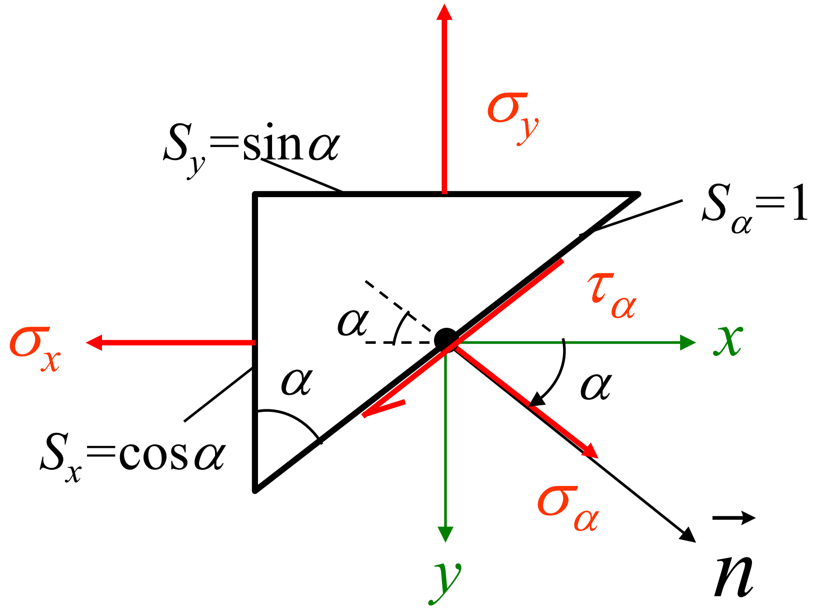
$$\mathrm{v} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{E}(1 - 2\nu)$$

pierre-etienne.bourban@epfl.ch

Etat de contraintes bidimensionnelles

a) Les axes de référence coïncident avec les axes principaux





$$\Sigma F \rightarrow \begin{cases} \sigma_\alpha \underbrace{S_\alpha}_{=1} - \sigma_x \cos^2\alpha - \sigma_y \sin^2\alpha = 0 \\ \tau_\alpha \underbrace{S_\alpha}_{=1} + \sigma_x \sin\alpha\cos\alpha - \sigma_y \cos\alpha\sin\alpha = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sigma_\alpha = \sigma_x \cos^2\alpha + \sigma_y \sin^2\alpha \\ \tau_\alpha = -(\sigma_x - \sigma_y)\sin\alpha\cos\alpha \end{cases}$$

en introduisant 2α

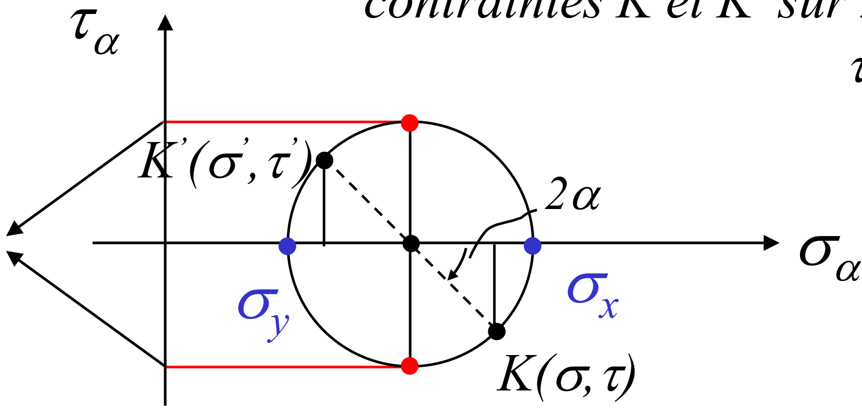
$$\begin{cases} \sigma_\alpha = \dfrac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \dfrac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos 2\alpha \\ \tau_\alpha = -\dfrac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\sin 2\alpha \end{cases}$$

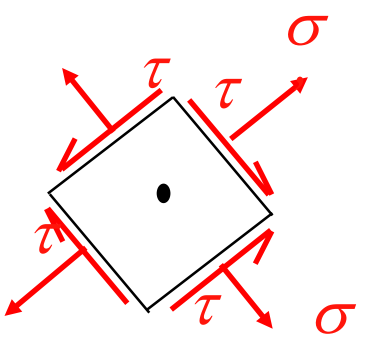
$$\equiv \text{cercle entre } \sigma_x \text{ et } \sigma_y$$

contraintes K et K' sur 2 sections perpendiculaires

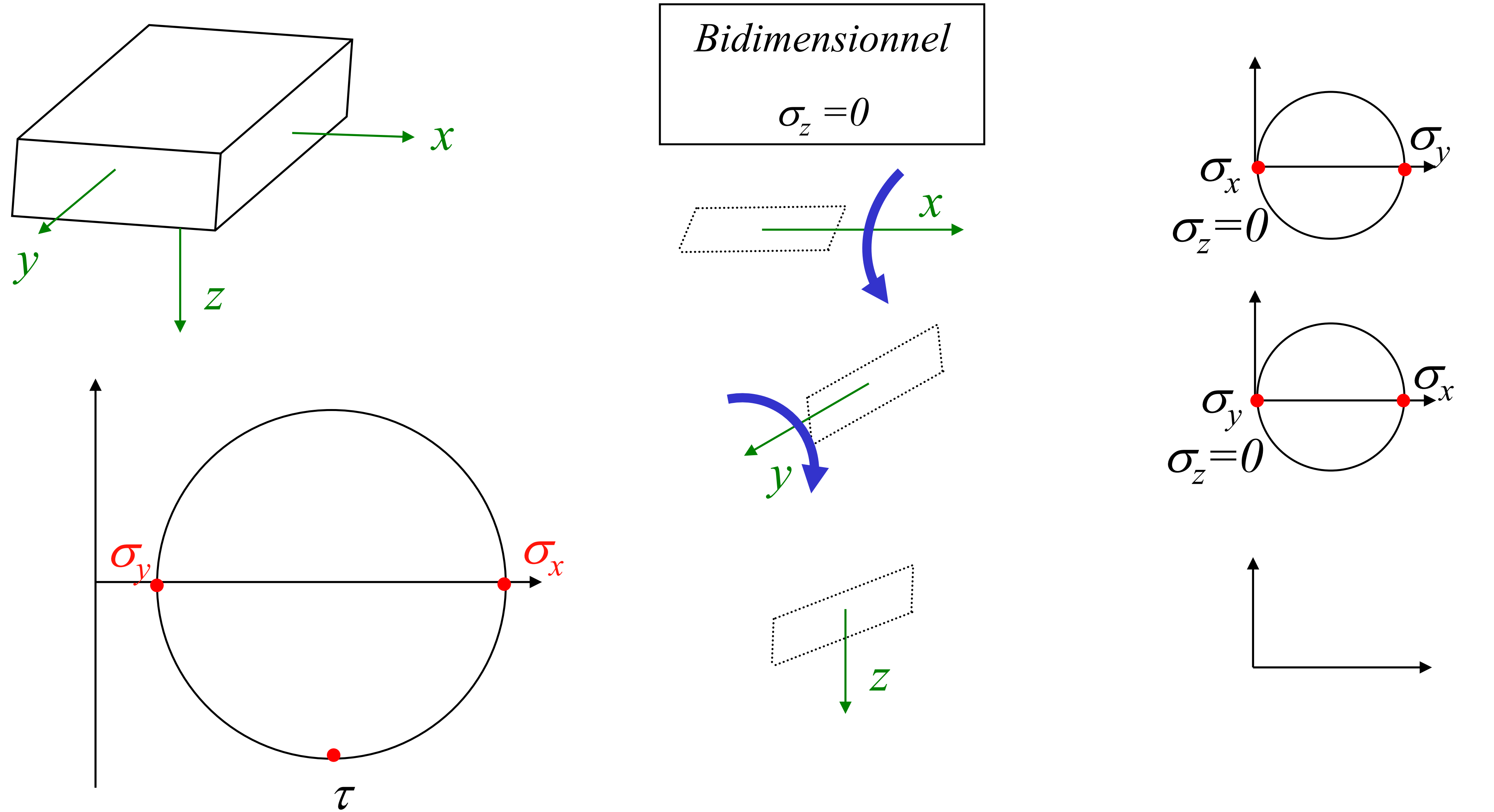
$\tau' = -\tau$

τ_{max} *et* τ_{min} *sur plans à* $\pm \pi/4$





Cercle de Mohr



pierre-etienne.bourban@epfl.ch

Contraintes principales

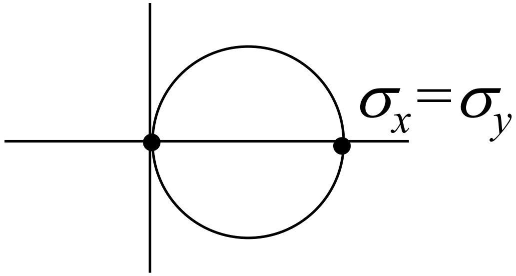
$\sigma_x = \sigma_1$

$\sigma_y = \sigma_2$

$\sigma_z = \sigma_3 = o$

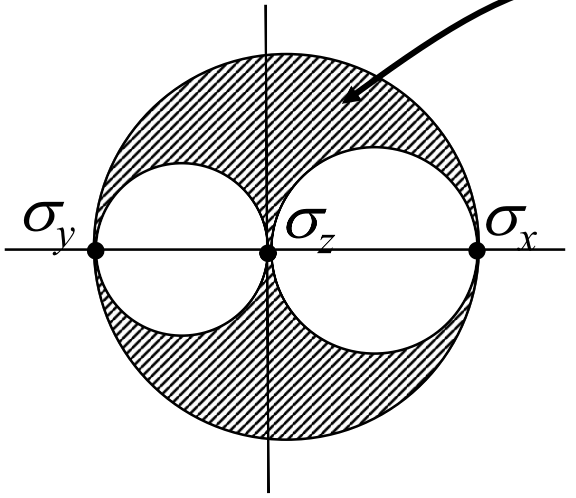
$\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$

$\sigma_x = \sigma_y$



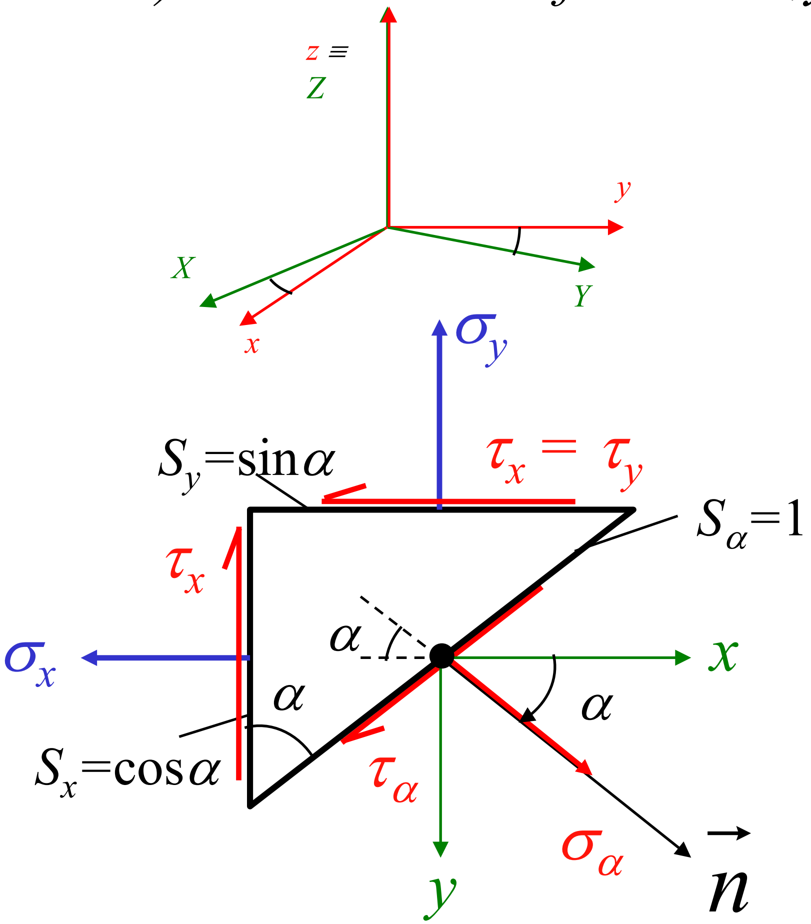
$\sigma_x > 0$

$\sigma_y < 0$



État de contraintes pour une section tournant autour d'un axe autre que les axes principaux

b) Les axes de référence x,y,z sont différents des axes principaux X,Y,Z



$$\Sigma F = 0 \quad \begin{cases} \bullet\ \sigma_\alpha 1 - \sigma_x \cos^2\alpha - \sigma_y \sin^2\alpha - \tau_x \cos\alpha\, \sin\alpha - \tau_x\, \sin\alpha\, \cos\alpha = 0 \\ \bullet\ \tau_\alpha + \sigma_x \sin\alpha\cos\alpha - \sigma_y \cos\alpha\sin\alpha - \tau_x \cos^2\alpha + \tau_x \sin^2\alpha = 0 \end{cases}$$

$$\text{Trigo} \Rightarrow \quad \sin\alpha\cos\alpha = \frac{\sin 2\alpha}{2}$$

$$\sin^2\alpha = \frac{1-\cos 2\alpha}{2}$$

$$\cos^2\alpha = \frac{1+\cos 2\alpha}{2}$$

$$\sigma_\alpha = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\cos 2\alpha + \tau_x \sin 2\alpha \qquad (1)$$

$$\tau_\alpha = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\sin 2\alpha + \tau_x \cos 2\alpha \qquad (2)$$

- *La seule variable est α*
- *Les valeurs de α correspondant à $\sigma_{max}=\sigma_1$ et $\sigma_{min}=\sigma_2$ sont obtenues avec….*

pierre-etienne.bourban@epfl.ch

$$\frac{d\sigma_\alpha}{d\alpha} = 0 \quad \Rightarrow \quad -2\,\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\sin 2\alpha + 2\,\tau_x \cos 2\alpha = 0 \quad (3)$$

$$\tau_\alpha = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\sin 2\alpha + \tau_x \cos 2\alpha \quad (2)$$

$$\left.\begin{matrix}(3)\\(2)\end{matrix}\right\} \quad \tau_\alpha = 0$$

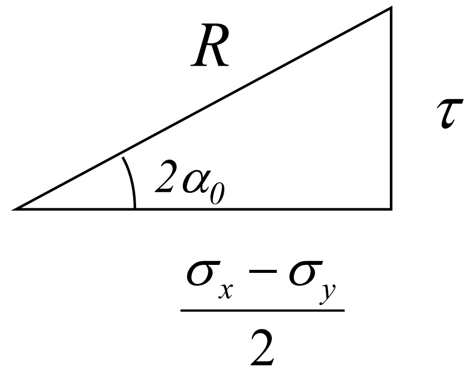
Résolution de 3

$$\boxed{tg 2\alpha = \frac{2\tau_x}{\sigma_x - \sigma_y}} \quad (4)$$

- α varie de *0* à *180°*
- *2*α varie de *0* à *360°* $\Rightarrow$ *2* solutions à 4 $(2\alpha_0$ et $2\alpha_0+180°)$

On détermine σ_1 et σ_2 en remplaçant dans 1 α par α_0 et $\alpha_0+90°$ ou en utilisant le cercle de Mohr

σ_1 et σ_2 en fonction de σ_x, σ_y, τ



$$R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau^2}$$

$$\cos 2\alpha_0 = \frac{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)}{R}$$

$$\sin 2\alpha_0 = \frac{\tau}{R}$$

pour $2\alpha_0 + 180° \quad \rightarrow \quad \cos(2\alpha_0 + 180°) = -\cos 2\alpha_0$

$$\sin(2\alpha_0 + 180°) = -\sin 2\alpha_0$$

$$\rightarrow \sigma_1 \quad ou \quad \sigma_2 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau^2}{\sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau^2}}$$

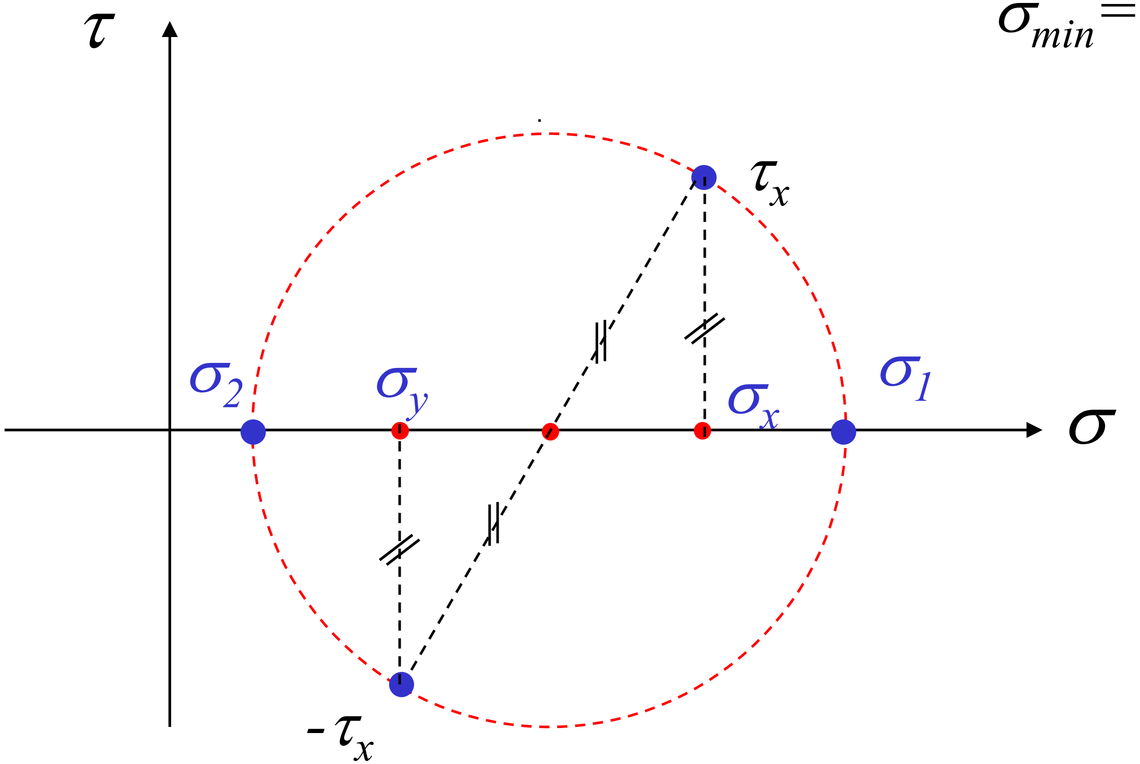
$$\begin{cases} \sigma_1 = \dfrac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + R \\ \sigma_2 = \dfrac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - R \end{cases}$$

pierre-etienne.bourban@epfl.ch

Cercle fondamental lorsque $\sigma_x > \sigma_y > 0$ qui entraîne

$\sigma_{max} = \sigma_1$

$\sigma_{min} = \sigma_2$



En pratique

1. Détermination de $(\sigma_x, \tau_x) \rightarrow K_x$

   et $(\sigma_y, -\tau_x) \rightarrow K_y$

   Sur 2 faces $\perp$ à S_x, S_y passant par $M_0\, z$

2. Construire K_x, K_y cercle de Mohr

3. $\left.\begin{array}{l} // \text{ à } S_x \text{ qui passe par } K_x \\ // \text{ à } S_y \text{ qui passe par } K_y \end{array}\right\}$ se coupent en P: le pole

4. // à K_x, K_y par P $\Rightarrow 2\alpha, \alpha_0$

Cercle fondamental, éllipse de Lamé